

Zur Anwendung bruchmechanischer Konzepte für die Modellierung der rissüberbrückenden Wirkung von Rovings*

Daniela Bayer ¹, Mike Richter ²

Zusammenfassung: Textilbeton ist ein Verbundwerkstoff aus einer Feinbetonmatrix und einer textilen Bewehrung, die aus sogenannten Rovings besteht. Nach Reißen der spröden Matrix sind diese Rovings in der Lage, die Risse in der Matrix zu überbrücken. In diesem Beitrag wird ein analytisches Modell vorgestellt, welches den Einfluss der Rovings auf das Rissverhalten erfassen kann.

Die Wirkung der Fasern wird durch rissüberbrückende Spannungen approximiert. Dabei kommt unter Annahme linear elastischen Materialverhaltens das bruchmechanische Konzept der Methode der Gewichtsfunktionen zum Einsatz.

Als ein spezielles Anwendungsgebiet des vorgestellten bruchmechanischen Konzeptes werden Risse im Bereich von Übergreifungen der textilen Bewehrung untersucht. Hier kann es, abhängig von der vorhandenen Übergreifungslänge, zum Auszug der Rovings kommen. Um diesen Versagensmechanismus zu verhindern, ist eine Mindestübergreifungslänge erforderlich.

Summary: Textile Reinforced Concrete (TRC) is a composite material based on a fine grained concrete matrix and a textile reinforcement. Fibres organized in yarns are also called rovings and bridge cracks in the brittle matrix. An analytical model is presented which can approximate the influence of the rovings on the crack behaviour of TRC.

The influence of the fibres are understood as fibre bridging stresses acting at the crack faces. Assuming linear elastic material behaviour the fracture mechanical concept of the weight function method is applied.

As special application of the presented fracture mechanical concept cracks in the area of lapped joints are investigated. Hereby the pullout of the rovings can occur depending on the existing lap lengths. To prevent this failure mechanism a minimum lap length is necessary.

*Dies ist eine begutachtete Veröffentlichung./This is a peer-reviewed paper.

Online verfügbar/Online available: [urn:nbn:de:bsz:14-ds-1244047456442-11748](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-ds-1244047456442-11748)

¹Dipl.-Ing., Institut für Mechanik und Flächentragwerke, Technische Universität Dresden

²Dr.-Ing., Institut für Mechanik und Flächentragwerke, Technische Universität Dresden

1 Einleitung

Im Textilbeton kommt es ebenso wie beim Stahlbeton bereits im Gebrauchszustand zur Rissbildung in der spröden Betonmatrix. Mit zunehmender Beanspruchung verdichten und vergrößern sich diese Risse und die Beanspruchungen in Matrix und Bewehrung nehmen zu. Schließlich kommt es zum endgültigen Versagen.

In faserverstärkten Verbundmaterialien beeinflussen die Fasern maßgebend das Materialverhalten. Sie tragen dazu bei, bei einem vorhandenen Riss die Rissöffnung und die Spannungsspitzen an den Risspitzen zu verringern. Für Verbundwerkstoffe mit hohem Faservolumenanteil wurde bereits das Überbrückungsverhalten der Fasern für kontinuierlich verteilte Fasern untersucht (u. a. [1], [2], [3]). Bei Textilbeton mit seinem geringen Faservolumenanteil erscheint der Ansatz einer verschmierten Rissüberbrückung als nicht sinnvoll. Im Folgenden soll ein mechanisches Modell vorgestellt werden, das ermöglicht, den Einfluss der Faserüberbrückung hinsichtlich der Rissöffnung und der Spannungskonzentrationen zu bestimmen.

In diesem Beitrag werden schlitzförmige Innenrisse in flächigen Konstruktionen aus Textilbeton untersucht, wodurch sich diese Problemstellung z. B. von Dehnkörperversuchen und Roving-Auszugsversuchen unterscheidet, bei denen die Matrixrisse durch den kompletten Versuchskörper verlaufen und die Feinbetonmatrix vollständig trennen.

Für die Untersuchung der rissüberbrückenden Wirkung infolge der Rovingbewehrung werden bruchmechanische Modelle herangezogen, wobei die Rovings als Fasern mit kompakten Querschnitt vereinfacht werden. Als erste Näherung wird hierbei für den spröden Feinbeton die linear elastische Bruchmechanik mit dem Spannungsintensitätsfaktor K als Beanspruchungsparameter zu Grunde gelegt.

2 Methode der Gewichtsfunktionen

Die im Folgenden angewandte Methode der Gewichtsfunktionen basiert auf der linear elastischen Bruchmechanik und setzt das Superpositionsprinzip voraus. Weiterhin werden für das mechanische Modell die folgenden Annahmen getroffen. Es wird eine konstante, einaxiale Zugbelastung an einer theoretisch unendlich ausgedehnten Scheibe vorausgesetzt. Diese wirkt senkrecht auf einen sich in der Scheibe befindlichen Riss, dessen Rissufer sich dadurch in Belastungsrichtung öffnen, was einer Mode-I-Rissöffnung entspricht. Die Rovings verlaufen in Belastungsrichtung und damit senkrecht zum Riss (siehe Bild 1(a)).

Das betrachtete Problem lässt sich in zwei Teilprobleme zerlegen (siehe Bild 1). Für das erste Teilproblem eines Innenrisses unter konstanter Belastung, auch GRIFFITH-Riss genannt, existieren analytische Lösungen sowohl für die Verschiebungsfunktion der Rissufer als auch für den Spannungsintensitätsfaktor. Unter einer konstanten äußeren Belastung σ_∞ folgen die Rissuferverschiebung und der Spannungsintensitätsfaktor

$$v(x, a) = \frac{2 \sigma_\infty}{E'} \sqrt{a^2 - x^2} \quad \text{und} \quad K_I = \sqrt{\pi a} \sigma_\infty \quad (1)$$

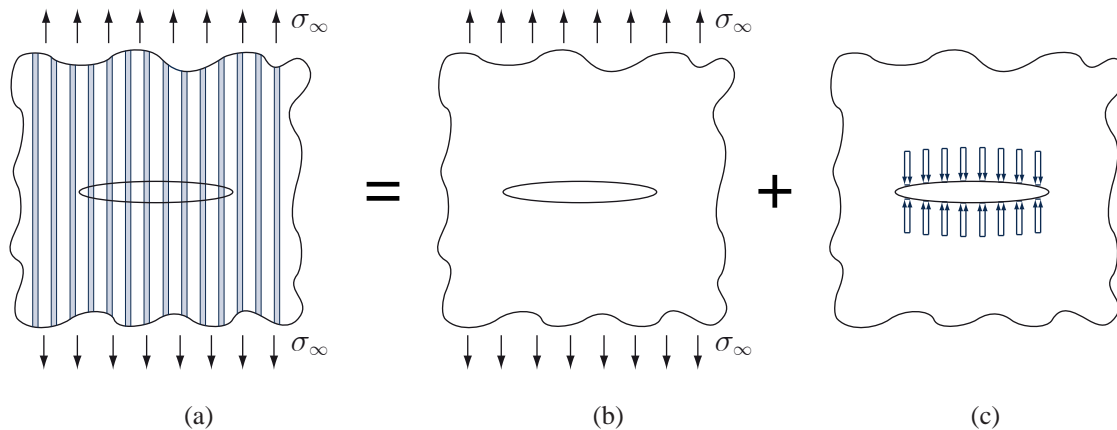


Bild 1: Superposition aus GRIFFITH-Riss und am Rissufer angreifenden Roving-Spannungen
Figure 1: Superposition of GRIFFITH-crack and roving stresses acting at crack faces

mit $E' = E_c$ im ebenen Spannungszustand (ESZ) bzw. $E' = E_c/(1 - \nu^2)$ im ebenen Verzerrungszustand (EVZ), wobei E_c der Elastizitätsmodul des Verbundwerkstoffes und ν die Querdehnzahl ist. Im Folgenden wird für die dünne Scheibe der ebene Spannungszustand vorausgesetzt und der Index I zur Kennzeichnung der Mode-I-Belastung weggelassen.

Zur Lösung des zweiten Teilproblems der am Rissufer angreifenden Roving-Spannungen wird zunächst ein Paar von Spannungssegmenten σ_s betrachtet, das an der Stelle $x = x_r$ an den gegenüberliegenden Rissufern angreift (siehe Bild 2). Der Riss wird als symmetrisch zur y -Achse betrachtet, damit wirkt auch an der Stelle $x = -x_r$ das Spannungssegmentpaar σ_s . Die Breite eines Spannungssegmentes ist durch den Durchmesser einer Faser von $2R$ gegeben.

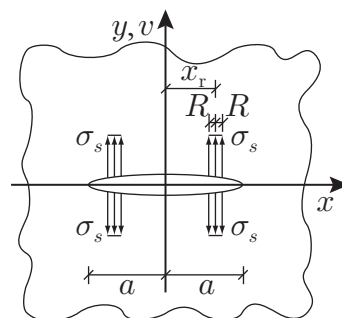


Bild 2: Symmetrische Spannungssegmente am Innenriss
Figure 2: Symmetrical stress segments at a centre crack

Über die Methode der Gewichtsfunktionen werden die daraus resultierende Rissuferverschiebung und der Spannungsintensitätsfaktor ermittelt. BUECKNER leitet in [4] her, dass der Span-

nungsintensitätsfaktor K infolge einer beliebigen, zur y -Achse symmetrischen Spannungsverteilung $\sigma(x)$ entlang des Rissufers aus

$$K = 2 \int_0^a \sigma(x) m(x, a) dx \quad (2)$$

bestimmt werden kann. Dabei ist $m(x, a)$ die Gewichtsfunktion und a die halbe Risslänge. Die Gewichtsfunktion hängt nur von der Bauteilgeometrie und der Risslänge ab und kann als Spannungsintensitätsfaktor interpretiert werden, der durch zwei an der Stelle x an den jeweils gegenüberliegenden Rissufern angreifenden Einheits-Einzellasten hervorgerufen wird. Aufbauend auf BUECKNERS Arbeit zeigt RICE in [5], dass sich die Gewichtsfunktion über

$$m(x, a) = \frac{E}{2K} \frac{\partial v}{\partial a} \quad (3)$$

ausdrücken lässt. Die Gewichtsfunktion einer Risskonfiguration lässt sich also aus jeder bekannten Referenzlösung für die Verschiebung v und den zugehörigen Spannungsintensitätsfaktor K bestimmen. Ein Vorteil der Gewichtsfunktion liegt darin, dass sie eine Geometriefunktion ist und sich bei Belastungsänderungen nicht ändert, was eine effiziente Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors ermöglicht, solange die Risslänge unverändert bleibt. Für den schlitzförmigen Innenriss in einer unendlichen Scheibe unter Mode-I-Beanspruchung gilt für symmetrische Belastung der Rissufer die Gewichtsfunktion (siehe u. a. [6])

$$m(x, a) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(a^2 - x^2)}}. \quad (4)$$

Stellt man Gl. (3) nach der Verschiebung um, ergibt sich für das in Bild 2 dargestellte Problem

$$v(x, a) = \frac{2}{E_c} \int_{a_0}^a K(\bar{a}) m(x, \bar{a}) d\bar{a} \quad (5)$$

mit $a_0 = \max(x, x_r - R)$. Der Spannungsintensitätsfaktor für die betrachteten Spannungssegmente folgt gemäß Gl. (2) als

$$K = 2 \int_{x_r - R}^{a_G} \sigma(x) m(x, \bar{a}) dx, \quad (6)$$

wobei $a_G = \min(\bar{a}, x_r + R)$ ist. Durch Einsetzen von Gl. (6) in Gl. (5) ergibt sich die Verschiebungsfunktion der Rissufer für die beiden symmetrischen Spannungssegmentpaare:

$$\begin{aligned} v(x, a) &= \frac{4\sigma_s}{E_c} \int_{\bar{a}=a_0}^{\bar{a}=a} \left[\int_{x=x_r-R}^{x=a_G} m(x, \bar{a}) dx \right] m(x, \bar{a}) d\bar{a} \\ &= \frac{4\sigma_s}{\pi E_c} \int_{\bar{a}=a_0}^{\bar{a}=a} \left[\int_{x=x_r-R}^{x=a_G} \frac{1}{\sqrt{\bar{a}^2 - x^2}} dx \right] \frac{\bar{a}}{\sqrt{\bar{a}^2 - x^2}} d\bar{a}. \end{aligned} \quad (7)$$

Um die Verschiebungsfunktion auszuwerten, muss das Doppelintegral in drei Bereiche aufgespalten und jeweils in zwei Teilintegrale zerlegt werden. Das innere Integral in Gl. (7) kann in diesem Fall analytisch gelöst werden, das äußere Integral wird numerisch integriert.

Liegt eine andere Geometrie oder Risskonfiguration vor, so existieren in der Literatur bereits zahlreiche Gewichtsfunktionen (z. B. in [8] und [9]). Mit Hilfe des hier beschriebenen Vorgehens können auch die Verschiebungsfunktion und der Spannungsintensitätsfaktor des ersten Teilproblems (siehe Bild 1(b)) unter beliebiger äußerer Belastung berechnet werden.

Bei einer zur y -Achse unsymmetrischen Belastung der Rissufer gilt die Gewichtsfunktion

$$m(x, a) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi a} \left(\frac{a+x}{a-x} \right)} \quad (8)$$

(siehe u. a. [6]), wobei in Gl. (2) innerhalb der Grenzen $-a < x < a$ zu integrieren ist.

Wird die Verschiebungsfunktion in Gl. (7) für die Einheitsspannung $\sigma_s = 1 \text{ N/mm}^2$ ausgewertet, folgt die Definition der Einflussfunktion

$$g(x, a) = \frac{4}{\pi E_c} \int_{\bar{a}=a_0}^{\bar{a}=a} \left[\int_{x=x_r-R}^{x=a_G} \frac{1}{\sqrt{\bar{a}^2 - x^2}} dx \right] \frac{\bar{a}}{\sqrt{\bar{a}^2 - x^2}} d\bar{a}. \quad (9)$$

Die Einflussfunktion $g(x, a)$ beschreibt also die Rissuferverschiebung an einer Stelle x infolge zweier Paare von Einheitsspannungs-Segmenten an den Stellen $x = \pm x_r$. Mit Gl. (9) lässt sich für die Verschiebungsfunktion Gl. (7) schreiben:

$$v(x, a) = \sigma_s g(x, a). \quad (10)$$

3 Kraft-Auszugsbeziehung

Die Größe der tatsächlich vorhandenen Spannungssegmente σ_s in Gl. (10) hängt jedoch von der noch unbekanntem Rissuferverschiebung an der Stelle x_r ab, also:

$$v(x, a) = \sigma_s(v_r) g(x, a) \quad (11)$$

mit $v_r = v(x_r, a)$. Für die Bestimmung der Funktion $\sigma_s(v_r)$ wird auf das mechanische Modell des Roving-Auszugs, welches eine Beziehung zwischen der Kraft P , mit der ein Roving ausgezogen wird, und der Auszugslänge v herstellt (siehe Bild 3(a)), zurückgegriffen.

Für den Verbund zwischen Roving und Matrix sind verschiedene Ansätze denkbar, z. B. die Annahme einer konstanten Schubspannung τ oder ein Verbundgesetz $\tau(s)$, bei dem die übertragbare Schubspannung von der Relativverschiebung zwischen Roving und Matrix – dem Schlupf s – abhängt. Letzterer erfordert die Lösung einer Differentialgleichung 2. Ordnung

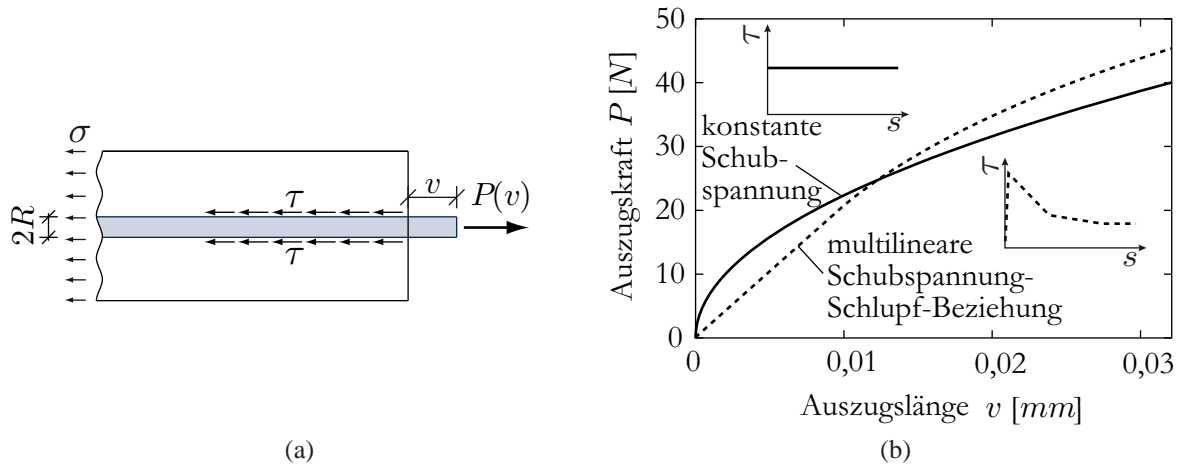


Bild 3: Roving-Auszugsversuch und analytisch ermittelte Kraft-Auszugsbeziehung

Figure 3: Pullout experiment with fibre pullout force-displacement relation

für den Schlupf, die unter Annahme einer multilinearen Abhängigkeit zwischen Verbundspannung und Schlupf analytisch lösbar ist (siehe [10]). Multilineare Schubspannung-Schlupf-Beziehungen können Verbundmechanismen beim Roving-Auszug besser beschreiben, im Folgenden soll aber von einer konstanten Schubspannung τ ausgegangen werden.

Mit Berücksichtigung der Matrixdehnung folgt die Kraft-Auszugsbeziehung nach [10]:

$$P(v) = \sqrt{2\tau E_r A_r U_r} \sqrt{\frac{E_c}{(1-f) E_m}} \sqrt{v}. \quad (12)$$

Dabei sind E_r , A_r und U_r Elastizitätsmodul, Querschnittsfläche und Umfang des Roving. Weiterhin geben f den Faservolumengehalt, E_m den Elastizitätsmodul der Matrix und $E_c = f E_r + (1-f) E_m$ den Elastizitätsmodul des Verbundwerkstoffes an. Für das multilineare Schubspannung-Schlupf-Gesetz ergeben sich bereichsweise definierte Funktionen für $P(v)$ (siehe [10]). In Bild 3(b) sind die Funktionen $P(v)$ für die Ansätze konstanter und multilinearer Schubspannung dargestellt.

Bezogen auf den Durchmesser eines Roving $2R$ und die Einheitsdicke d_1 ³ folgt aus der Kraft $P(v)$ die Roving-Spannung $\sigma_r(v)$

$$\sigma_r(v) = \frac{P(v)}{2R d_1} = \frac{\pi \sqrt{\tau E_r R}}{d_1} \sqrt{\frac{E_c}{(1-f) E_m}} \sqrt{v}. \quad (13)$$

³Da es sich um eine zweidimensionale Problemstellung handelt, muss die Kraft P auf die Fläche $A = 2R d_1$ mit d_1 als Einheitsdicke bezogen werden. Bei P in N und R in mm ist z. B. $d_1 = 1 mm$ und die Spannung σ_r folgt in N/mm^2 .

4 Berechnung der Verschiebungsfunktion

Bisher wurde nur ein Doppelpaar symmetrisch wirkender Spannungssegmente betrachtet. Nach dem Prinzip der Superposition lässt sich diese Lösung für beliebig viele, der Roving-Anzahl entsprechende, Spannungssegmente überlagern. Damit folgt die Lösung des zweiten Teilproblems (siehe Bild 1(c)), wobei zu beachten ist, dass $\sigma_r(v_r)$ in Gl. (13) rissschließend wirkt und somit $\sigma_s(v_r) = -\sigma_r(v_r)$ ist. Durch Überlagerung der Verschiebungsfunktionen aus Gl. (1) und Gl. (11) folgt die Rissuferverschiebung des Gesamtproblems

$$v(x, a) = \frac{2\sigma_\infty}{E_c} \sqrt{a^2 - x^2} - \sum_{i=1}^n \sigma_{r,i}(v_{r,i}) g_i(x, a), \quad (14)$$

wobei nun über alle symmetrischen Roving-Paare i zu summieren ist. Zu jedem Roving-Paar gehören eine Einflussfunktion $g_i(x, a)$ und eine Roving-Spannung $\sigma_{r,i}$, die abhängig von der Rissuferverschiebung an der jeweiligen Roving-Position ist.

Da die Roving-Spannungen $\sigma_{r,i}$ noch unbekannt sind, müssen diese zunächst berechnet werden. Dies geschieht durch Auswertung von Gl. (14) für alle Roving-Positionen $x = x_{r,j}$, was zu einem nichtlinearen Gleichungssystem für die Verschiebungen $v_{r,j} = v(x_{r,j}, a)$ führt:

$$v(x_{r,j}, a) = v_{r,j} = \frac{2\sigma_\infty}{E_c} \sqrt{a^2 - x_{r,j}^2} - \sum_{i=1}^n \sigma_{r,i}(v_{r,i}) g_i(x_{r,j}, a). \quad (15)$$

Unter Annahme konstanter Verbundspannung ergibt sich für die $v_{r,j}$ das Gleichungssystem

$$v_{r,j} = \frac{2\sigma_\infty}{E_c} \sqrt{a^2 - x_{r,j}^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\pi \sqrt{R E_r \tau}}{d_1} \sqrt{\frac{E_c}{(1-f) E_m}} \sqrt{v_{r,i}} g_i(x_{r,j}, a), \quad (16)$$

welches hier mit Hilfe des GAUSS-SEIDEL-Algorithmus gelöst wird. Sind die Rissuferverschiebungen an den Roving-Positionen bestimmt, kann mit den Roving-Spannungen nach Gl. (13) die vollständige Funktion der Rissuferverschiebung nach Gl. (14) angegeben werden.

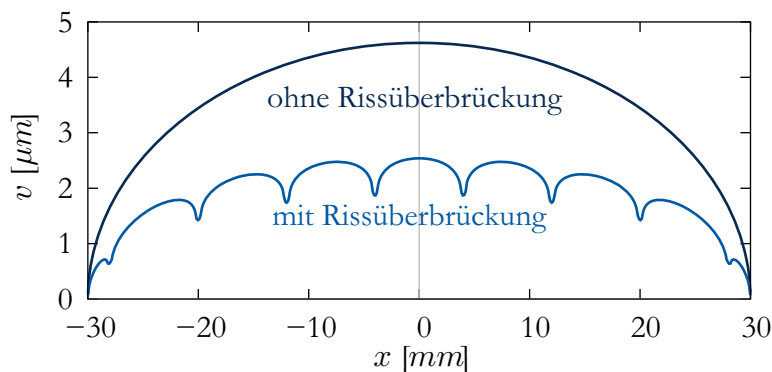


Bild 4: Verlauf der Rissuferverschiebung mit und ohne Rissüberbrückung

Figure 4: Crack face displacement with and without fibre bridging

Beispielhaft sei hier die Verschiebungsfunktion für einen Riss der Länge $2a = 60 \text{ mm}$ unter einer konstanten Zugbeanspruchung betrachtet. Unter der Annahme konstanter Verbundspannung folgt mit den Zahlenwerten

$$E_m = 30000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \quad E_r = 76000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \quad f = 2,5\%, \quad \tau = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \quad \sigma_\infty = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

die in Bild 4 dargestellte Verschiebungsfunktion. Zum Vergleich ist die Rissuferverschiebung für den unbewehrten Feinbeton (nach Gl. (1) mit $E' = E_m$) aufgetragen.

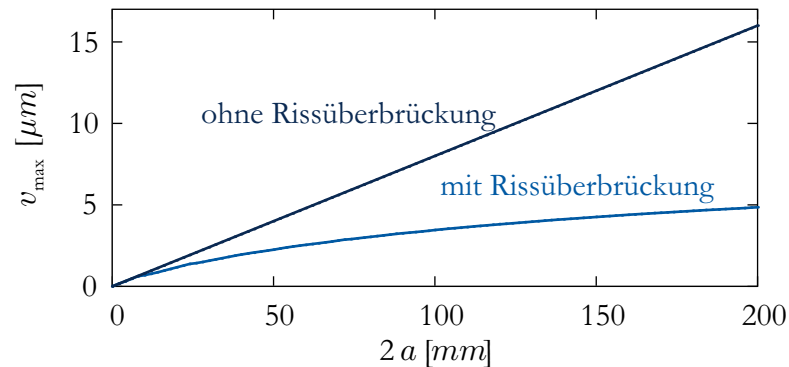


Bild 5: Maximale Rissuferverschiebung mit und ohne Rissüberbrückung

Figure 5: Maximum crack face displacement with and without fibre bridging

Wertet man unterschiedliche Risslängen aus, lässt sich feststellen, dass der Einfluss der Rissüberbrückung mit größer werdender Risslänge zunimmt (siehe Bild 5). Während die maximale Rissuferverschiebung $v_{\max} = v(0, a)$ des GRIFFITH-Risses linear mit a zunimmt (vgl. Gl. (1)), steigt die des überbrückten Risses nur unterlinear.

5 Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors

Die dargestellte Methode der Gewichtsfunktionen ist auch geeignet, den Spannungsintensitätsfaktor K zu berechnen. Hierzu werden ebenfalls das nichtlineare Gleichungssystem nach Gl. (15) gelöst und die Roving-Spannungen σ_r nach Gl. (13) ermittelt. Durch Superposition der äußeren Belastung Gl. (2) und der Summe aller rissüberbrückenden Roving-Spannungen Gl. (6) folgt der Spannungsintensitätsfaktor des Gesamtproblems.

$$K = 2 \int_0^a \sigma_\infty m(x, a) dx - \sum_{i=1}^n 2 \int_{x_{r,i}-R}^{x_{r,i}+R} \sigma_{r,i}(v_{r,i}) m(x, a) dx. \quad (17)$$

Im Gegensatz zur Verschiebungsfunktion Gl. (7) ist hier nur einmal über die Gewichtsfunktion $m(x, a)$ nach Gl. (4) zu integrieren, was analytisch möglich ist:

$$K = \sqrt{\pi a} \sigma_\infty - \sum_{i=1}^n 2 \sigma_{r,i}(v_{r,i}) \left[\arcsin \left(\frac{x_{r,i} + R}{a} \right) - \arcsin \left(\frac{x_{r,i} - R}{a} \right) \right]. \quad (18)$$

In Bild 6 ist der Spannungsintensitätsfaktor eines GRIFFITH-Risses dem eines Risses in einer faserverstärkten Scheibe unter konstanter Zugspannung $\sigma_\infty = 2,5 \text{ N/mm}^2$ gegenübergestellt. Während ersterer mit steigender Risslänge immer größere Werte annimmt, wächst der Spannungsintensitätsfaktor durch die Rissüberbrückung deutlich degressiver. Beim Vergleich der analytisch berechneten Werte mit numerisch simulierten Spannungsintensitätsfaktoren lässt sich ebenso wie bei dem Verschiebungsfeld eine sehr gute Übereinstimmung feststellen.

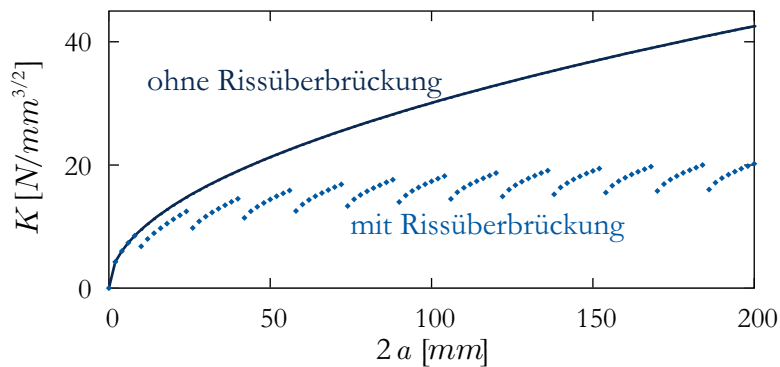


Bild 6: Spannungsintensitätsfaktor mit und ohne Rissüberbrückung in Abhängigkeit der Risslänge $2a$

Figure 6: Stress intensity factor with and without fibre bridging plotted against the crack length $2a$

6 Anwendung auf Bereiche mit Übergreifungsstößen

Textile Gelege haben endliche Abmessungen, woraus sich in der Praxis zwangsläufig Übergreifungsstöße ergeben. Diese Überlappungen sollten so ausgebildet werden, dass diese Stellen keine Schwachstellen im Material darstellen. Beobachtungen zeigen, dass die Rissbildung zunächst an den Roving-Enden einsetzt (siehe Bild 7(a)). Im Folgenden soll das vorgestellte bruchmechanische Konzept auf diesen Fall angewendet werden. Ziel wird es sein, eine Mindestübergreifungslänge L derart zu bestimmen, dass es zu keinem Auszug der Rovings und infolge dessen zu keinem Anstieg des Spannungsintensitätsfaktors (bei konstant gehaltener Zugspannung σ_∞) kommt. Dies soll hier stellvertretend dafür stehen, dass sich der Übergreifungsstoß nicht schwächend auf das Materialverhalten auswirkt.

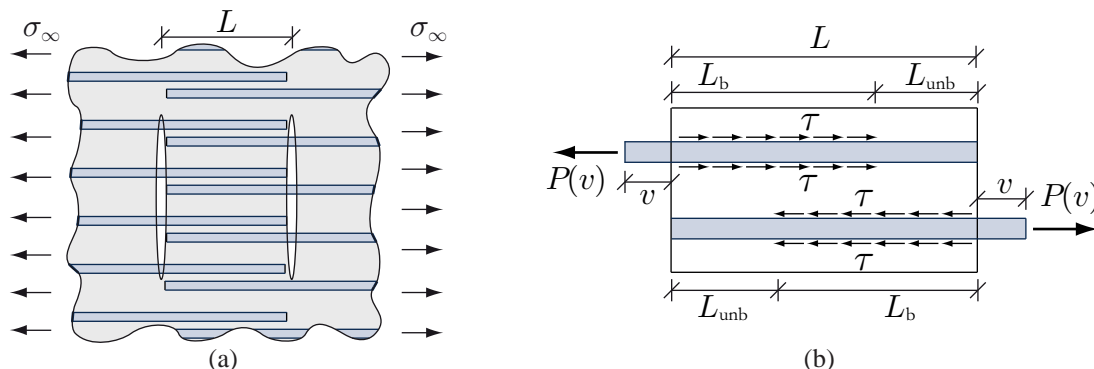


Bild 7: Schematischer Übergreifungsstoß und daraus resultierendes Roving-Auszugsmodell

Figure 7: Sketch of the lapped joint and resulting roving pullout model

Im Unterschied zum bisher betrachteten ungestoßenen Fall muss jetzt das mechanische Modell des Roving-Auszugs infolge der Interaktion zwischen den sich übergreifenden Rovings angepasst werden (siehe Bild 7(b)). Abhängig von der Länge der über die Schubspannung τ aktivierten Verbundbereiche müssen für die Kraft-Auszugsbeziehung $P(v)$ drei Fälle unterschieden werden: Die Verbundbereiche überlappen sich noch nicht ($v \leq v_1$), sie überlappen sich bereits ($v_1 \leq v \leq v_2$) und die maximal mögliche Übertragungslänge L ist erreicht ($v \geq v_2$). Im letzten Fall wird der Roving bei konstant bleibenden Kraft P ausgezogen. In Abhängigkeit von v ergibt sich folgende Kraft-Auszugsbeziehung

$$P(v) = \begin{cases} \sqrt{2 \tau E_r A_r U_r} \sqrt{\frac{f(E_r - E_m) + E_c}{E_c - f E_m}} \sqrt{v} & , v \leq v_1 \\ \tau U_r \left[L - \frac{(1 - 2f) E_m}{E_c - f E_m} L_{\text{unb}} \right] & , v_1 \leq v \leq v_2 \\ \tau U_r L & , v \geq v_2 \end{cases} \quad (19)$$

mit den Gültigkeitsgrenzen

$$v_1 = \frac{L^2}{8} \frac{\tau U_r f}{A_r} \frac{f(E_r - E_m) + E_c}{E_r(E_c - f E_m)} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{L^2}{2} \frac{\tau U_r f}{A_r} \frac{1}{f E_r} \quad \text{sowie}$$

$$L_{\text{unb}} = \frac{E_c - f E_m}{f(E_r - E_m) + E_c} - \sqrt{\frac{E_c - f E_m}{f(E_r - E_m) + E_c} \left[\frac{E_c - f E_m}{f(E_r - E_m) + E_c} - L^2 + \frac{2v A_r E_r}{\tau U_r} \right]}.$$

Bild 8 zeigt die Kraft-Auszugsbeziehung nach Gl. (19) entsprechend Bild 7(b) für $L = 15 \text{ mm}$ im Vergleich zur $P(v)$ -Beziehung nach Gl. (12) gemäß Bild 3(a). In beiden Fällen wurde eine konstante Schubspannung im Verbund zwischen Roving und Matrix angenommen.

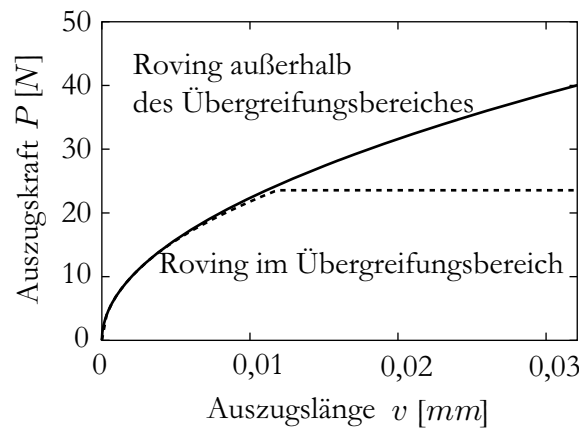


Bild 8: Kraft-Auszugsbeziehung eines Roving im ungestoßenen und im Stoßbereich

Figure 8: Pullout force-displacement relation of a roving in and outside of the lap region

Als Kriterium für die Bewertung der Übergreifungslänge wird der Spannungsintensitätsfaktor nach Gl. (18) herangezogen. Dabei ist zu beachten, dass der Roving-Auszug am Matrixriss

unsymmetrisch erfolgt (vgl. Bild 7(a)). Während an einem Rissufer ein Auszug entsprechend dem Modell in Bild 3(a) stattfindet, wird der Roving am gegenüberliegenden Rissufer gemäß Bild 7(b) ausgezogen. Dementsprechend wird die Kraft-Auszugsbeziehung über die Gln. (12) und (19) beschrieben, wobei aus Gleichgewichtsgründen die Kraft P für beide Teilmodelle identisch sein muss. Die Roving-Auszugslänge setzt sich additiv aus den beiden unsymmetrischen Roving-Auszügen zusammen.

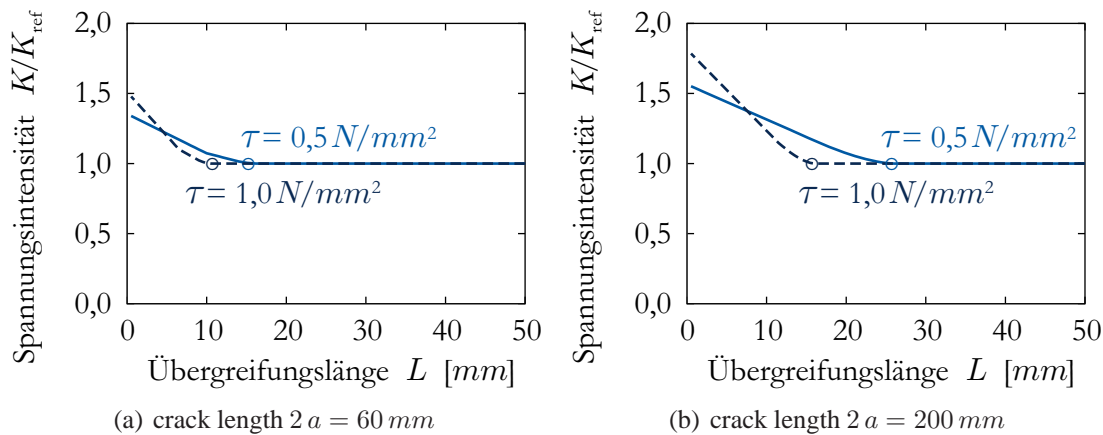


Bild 9: Bezogene Spannungskonzentration in Abhängigkeit der Übergreifungslänge L

Figure 9: Relative stress intensity at the crack tip plotted against the lap length

Die Diagramme in Bild 9 zeigen den Spannungsintensitätsfaktor K am Übergreifungsstoß bezogen auf den Referenzwert K_{ref} eines Risses in Bereichen ohne Übergreifungsstoß in Abhängigkeit der Übergreifungslänge für zwei verschiedene Risslängen unter einer Zugspannung $\sigma_{\infty} = 5 \text{ N/mm}^2$. Bei Unterschreiten einer Mindestübergreifungslänge steigen die Spannungskonzentrationen, bedingt durch den Auszug der sich überlappenden Rovings, an. Die ausgezogenen Rovings können mit wachsender Rissöffnung ihren rissüberbrückenden Einfluss nicht weiter steigern, wodurch die Beanspruchung an der Rissspitze steigt.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wird die rissüberbrückende Wirkung von Rovings im textilbewehrten Feinbeton mit Hilfe des bruchmechanischen Modells der Methode der Gewichtsfunktionen untersucht. Ein Vergleich mit numerischen Simulationen zeigt, dass dieses Modell sowohl die Verschiebungsfelder als auch die Spannungssingularitäten an der Rissspitze gut abbilden kann und damit in der Lage ist, die rissüberbrückende Wirkung von Rovings zu beschreiben. Ein spezielles Anwendungsgebiet des vorgestellten Modells ist die Untersuchung von Roving-Übergreifungsstößen.

Als Verallgemeinerung des betrachteten Sonderfalls senkrecht zur Bewehrungsrichtung verlaufender Risse unter reiner Mode-I-Lastung ist die Erweiterung des Modells auf zur Bewehrungsrichtung geneigte Risse unter beliebigen Mixed-Mode-Beanspruchungen vorgesehen.

Außerdem muss auch der Entlastungsfall in die Untersuchungen einbezogen werden. Für den dargestellten Spezialfall der Anwendung auf Übergreifungsstöße ist das Modell zur Berechnung realistischer Übergreifungslängen dahingehend zu erweitern, dass das komplette Rissfeld im Stoßbereich erfasst wird.

8 Danksagung

Die Autoren bedanken sich für die finanzielle Unterstützung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 528 „Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung“ an der Technischen Universität Dresden.

9 Literatur

- [1] MARSHALL, D. B.; COX, B. N.; EVANS, A. G.: The Mechanics of Matrix Cracking in Brittle-Matrix Fiber Composites. *Acta Metallurgica* 33(11) (1985), S. 2013–2021
- [2] GHOSN, L. J.; KANTZOS, P.; TELESMA, J.: Modeling of Crack Bridging in a Unidirectional Metal Matrix Composite. *International Journal of Fracture* 54 (1992), S. 345–357
- [3] DANCHAIVIJIT, S.; SHETTY, D. K.: Matrix Cracking in Ceramic-Matrix Composites. *Journal of the American Ceramic Society* 76(10) (1993), S. 2497–2504
- [4] BUECKNER, H. F.: A Novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors. *ZAMM* 50(9) (1970), S. 529–546
- [5] RICE, J. R.: Some Remarks on Elastic Crack-Tip Fields. *International Journal of Solid Structures* 8(6) (1972), S. 751–758
- [6] NG, S. W.; LAU, K. J.: A New Weight Function Expression for Through Cracks. *Engineering Fracture Mechanics* 64 (1999), S. 515–537
- [7] FETT, T.: Evaluation of the Bridging Relation from Crack-Opening-Displacement Measurements by Use of the Weight Function. *Journal of the American Ceramic Society* 78(4) (1995), S. 945–948
- [8] WU, X.-R.; CARLSSON, A. J.: *Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions*. Pergamon Press Ltd., Oxford (1991)
- [9] FETT, T.; MUNZ, D.: *Stress Intensity Factors and Weight Functions*. Computational Mechanics Publications, Southampton (1997)
- [10] RICHTER, M.: *Entwicklung mechanischer Modelle zur analytischen Beschreibung der Materialeigenschaften von textilbewehrtem Feinbeton*, Technische Universität Dresden, Eigenverlag (2005) – Dissertation