

Nachträglich textilverstärkte Stahlbetontragwerke — Strukturanalyse mit unscharfen Daten*

Frank Steinigen¹, Wolfgang Graf², Andreas Hoffmann³, Michael Kaliske⁴

Zusammenfassung: Mit der Fuzzy-Stochastischen Finite-Elemente-Methode (FSFEM) kann die nachgewiesene stochastische und nichtstochastische Datenunschärfe des stahlbewehrten Altbetons und des Textilbeton bei der Strukturanalyse berücksichtigt werden. Die für die deterministische Analyse textilverstärkter Tragwerke auf der Basis des Multi-Referenzebenen-Modells (MRM) entwickelten finiten MRM-Elemente wurden zu FSMRM-Elementen weiterentwickelt. Das Stoffmodell des mit AR-Glas bewehrten Feinbetons wurde für textile Gelege aus Carbon erweitert. Die entwickelten Modelle und Algorithmen werden zur fuzzy-stochastischen Tragwerksanalyse textilverstärkter Tragwerke eingesetzt.

Summary: The proven stochastic or non-stochastic data uncertainty of steel reinforced concrete and textile reinforced concrete are considered by the structure analysis with the fuzzy stochastic finite element method (FSFEM). The finite MRM-elements, which have been developed for the deterministic analysis of textile strengthened structures on the basis of the multi-reference-plane model (MRM), were enhanced to yield FSMRM-elements. The material model of AR-glass reinforced fine-grained concrete was upgraded for carbon textiles. The developed models and algorithms are employed for the fuzzy stochastic structural analysis of textile strengthened structures.

1 Einleitung

Textilbewehrter Feinbeton ist ein neuer Verbundwerkstoff aus textilen Gelegen und Feinbeton. Die textilen Gelege bestehen aus mehreren multiaxial ausgerichteten Lagen paralleler Rovings, die aus AR-Glas oder Carbon bestehen. Textilbewehrter Feinbeton kann sowohl für Neubauteile als auch zur Verstärkung bestehender Stahlbeton-Tragwerke eingesetzt werden.

*Dies ist eine begutachtete Veröffentlichung./This is a peer-reviewed paper.

Online verfügbar/Online available: [urn:nbn:de:bsz:14-ds-1244047124333-78222](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-ds-1244047124333-78222)

¹Dr.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

²Prof. Dr.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

³Dr.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

⁴Prof. Dr.-Ing. habil., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

Für einen effektiven Einsatz der neuen Verstärkungsschichten ist es notwendig, die Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Last-, Schädigungs- und Modifikationsprozesse numerisch nachzuweisen. Für eine realitätsnahe Simulation des Tragverhaltens sind dabei die relevanten Stahlbeton-Nichtlinearitäten (Rissbildung, Verbund zwischen Stahlbewehrung und Beton, nichtlineares Materialverhalten des Stahls und des Betons), die Nichtlinearitäten des Textilbetons (Rissbildung, Verbund zwischen Roving und Feinbeton, nichtlineares Materialverhalten des Feinbetons) und das nichtlineare Verbundverhalten zwischen Verstärkung und Altkonstruktion zu berücksichtigen. Zusätzlich zum nichtlinearen Strukturverhalten muss die bei allen Eingangsdaten vorhandene Datenunschärfe berücksichtigt werden, siehe Abschnitt 2.1. Für die Strukturanalyse mit unscharfen Daten wird die Fuzzy-Stochastische Finite-Elemente-Methode (FSFEM) eingesetzt, siehe Abschnitt 2.2.

Das Berechnungsmodell für mit AR-Glas bewehrten Feinbeton wurde um textile Gelege aus Carbon erweitert, siehe Abschnitt 2.3.

Textilbewehrte Verstärkungsschichten wurden bereits erfolgreich in der Praxis eingesetzt, z. B. zur Verstärkung eines Tonnendaches in Zwickau. Die Ergebnisse einer fuzzy-stochastischen Tragwerksanalyse dieser Tonnenschale sind in Abschnitt 3 beschrieben.

2 FE-Simulation unter Berücksichtigung unscharfer Daten

2.1 Datenmodelle bei Unschärfe

Die numerische Analyse des Tragverhaltens textilverstärkter Stahlbeton-Tragwerke ist stark abhängig von den vorliegenden Daten und Informationen, die Unschärfe mit unterschiedlicher Charakteristik aufweisen [3]. Stochastische (aleatorische) Unschärfe ist vorhanden, falls ein Ereignis, als zufälliges Ergebnis eines Experiments, als scharfer Wert einer unendlichen Anzahl von Beobachtungen unter konstanten Reproduktionsbedingungen betrachtet werden kann. Das Unschärfemodell *Zufälligkeit* ist der stochastischen Unschärfe zugeordnet. Wenn die Reproduktionsbedingungen beliebigen Schwankungen unterliegen, ein umfassender Systemüberblick fehlt, die Anzahl der Beobachtungen limitiert ist oder die Stichprobenelemente von zweifelhafter Genauigkeit sind, dann liegt ein Informationsdefizit (epistemische Unschärfe) vor. Dies führt zu einem Widerspruch zwischen den vorhandenen (unscharfen) Daten und den mathematischen Anforderungen an die Daten bei der Verwendung stochastischer Methoden. Die vorhandenen Daten erfüllen nicht vollständig die Gesetze der Wahrscheinlichkeit, sie können z. B. mit dem Konzept der unscharfen Wahrscheinlichkeit quantifiziert werden [14].

Die epistemische Unschärfe resultiert aus der unscharfen Wahrnehmung der Daten bzw. der stochastischen Schlussfolgerungen (Bestimmung der stochastischen Parameter, z. B. Erwartungswert und Varianz und des Typs der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion). Hier wird die epistemische Unschärfe mit dem Unschärfemodell *Fuzziness* beschrieben und mathematisch mit der Fuzzy-Set-Theorie quantifiziert. Die Kombination aleatorischer und epistemischer Unschärfe gelingt mit dem mathematischen Modell Fuzzy-Zufälligkeit. Die fuzzy-

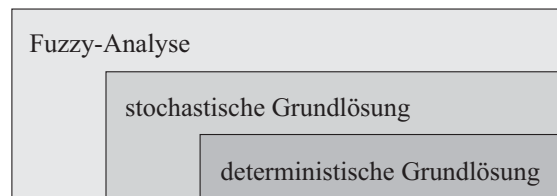


Bild 1: Schema der fuzzy-stochastischen Tragwerksanalyse

Figure 1: Scheme of the fuzzy stochastic structural analysis

zufälligen Daten werden mit dem unscharfen Maß Fuzzy-Wahrscheinlichkeit bewertet. Das Unschärfemodell *Fuzzy-Zufälligkeit* enthält die beiden Unschärfemodelle Zufälligkeit und Fuzziness als Sonderfälle [7].

Unschärfe Daten (z. B. Materialparameter, Belastung, Randbedingungen) können durch fuzzy-stochastische Unschärfe charakterisiert sein, die von bestimmten Bedingungen abhängt. Sie sind eine Funktion veränderlicher Parameter $\underline{t} = \{\tau, \underline{\theta}, \dots\}$, z. B. der Zeit τ , der Raumkoordinaten $\underline{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ und weiterer Parameter wie z. B. Temperatur, Luftdruck und Luftfeuchtigkeit. Die variierende Unschärfe der Daten (abhängig von den Parametern \underline{t}), wird mit Fuzzy-Zufallsfunktionen quantifiziert, die die Sonderfälle Zufallsfunktion und Fuzzy-Funktion enthalten. Ist die Fuzzy-Zufallsfunktion nur von der Zeit τ abhängig, entsteht ein Fuzzy-Zufallsprozess, ist sie nur von den Raumkoordinaten $\underline{\theta}$ abhängig, liegt ein Fuzzy-Zufallsfeld vor.

Für die numerische Auswertung werden Fuzzy-Zufallsfunktionen vorteilhaft in Scharparameterdarstellung angegeben

$$\tilde{\underline{X}}(\underline{t}) = \underline{X}(\underline{s}, \underline{t}) \quad (1)$$

mit dem Vektor der Fuzzy-Scharparameter \underline{s} und dem scharfen Parameter \underline{t} . Jeder scharfe Scharparametervektor $\underline{s}_j \in \underline{s}$ mit dem Zugehörigkeitsniveau $\mu(\underline{s}_j)$ bestimmt eine reelle Zufallsfunktion. Die Fuzzy-Zufallsfunktion $\tilde{\underline{X}}(\underline{t})$ kann damit als Fuzzy-Menge von reellen Zufallsfunktionen $\underline{X}_j(\underline{t}) \in \tilde{\underline{X}}(\underline{t})$ mit $\mu(\underline{X}_j(\underline{t})) = \mu(\underline{X}(\underline{s}_j, \underline{t})) = \mu(\underline{s}_j)$ definiert werden, die auch als Originale bezeichnet werden.

2.2 Fuzzy-Stochastische Finite-Elemente-Methode

Mit der Fuzzy-Stochastischen Finite-Elemente-Methode gelingt die Abbildung fuzzy-zufälliger Eingangsdaten $\tilde{\underline{X}}(\underline{t})$ auf fuzzy-zufällige Systemantworten $\tilde{\underline{Z}}(\underline{t})$ (z. B. Spannungen, Deformationen).

Die Berechnung der fuzzy-zufälligen Systemantwort $\tilde{\underline{Z}}(\underline{t})$ erfolgt mit Hilfe eines dreiteiligen Analysealgorithmus – dem Fuzzy-Stochastischen Sampling [10], siehe Bild 1. In der äußeren Schleife werden die Fuzzy-Zufallsfunktionen als Menge von Fuzzy-Zufallsgrößen diskretisiert. Im Raum der Fuzzy-Scharparameter werden mit der α -Level-Optimierung [7] diejenigen Elemente (Punkte) der α -Niveaumengen \underline{S}_α bestimmt, die den größten und kleinsten Wert

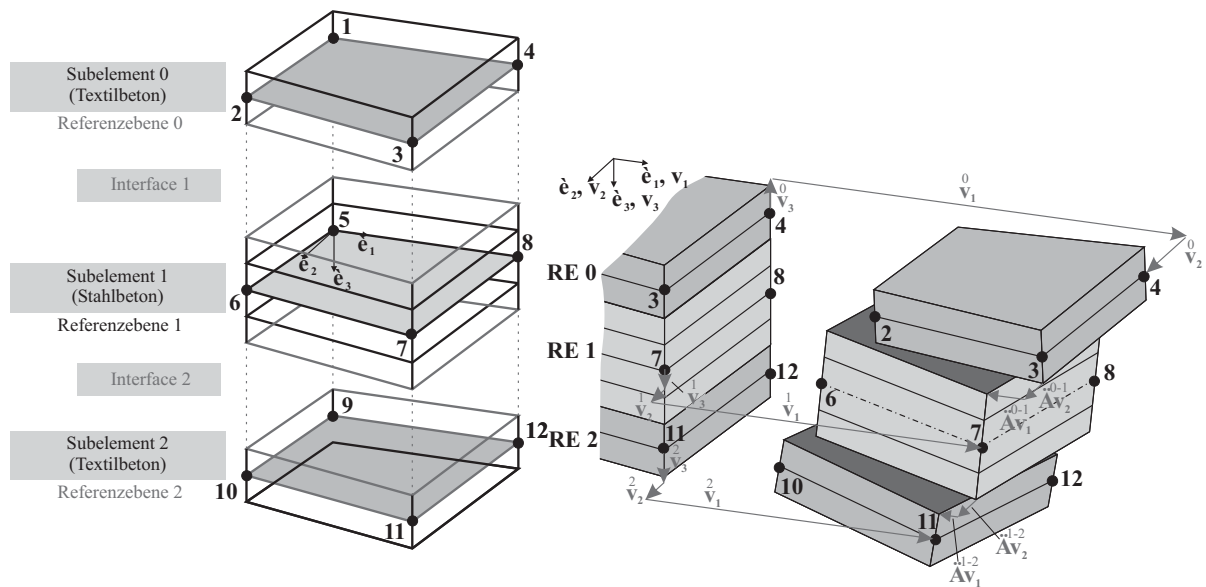


Bild 2: Multi-Referenzebenen-Modell

Figure 2: Multi-reference-plane model

der α -Niveaumenge $[\underline{\sigma}_{\alpha,l}, \underline{\sigma}_{\alpha,r}]$ der Fuzzy-Scharparameter $\tilde{\underline{\sigma}}$ von $\tilde{\underline{Z}}(t)$ festlegen. Mit jedem Element $s_j \in \tilde{s}$ werden je ein Original der Fuzzy-Zufallsgrößen und je eine Trajektorie der Fuzzy-Funktionen (deterministische Funktion) ausgewählt. Die Originale werden mit einer stochastischen Grundlösung (mittlere Schleife) auf Originale $\underline{Z}(t)$ von $\tilde{\underline{Z}}(t)$ abgebildet. In der inneren Schleife wird die deterministische Grundlösung abgearbeitet, siehe Abschnitt 2.3.

Eine allgemein gültige stochastische Grundlösung für komplexe nichtlineare Modelle ist die Monte-Carlo-Simulation, siehe z. B. [2]. Diese liefert Stichproben für die bewerteten Originale der fuzzy-zufälligen Systemantwort. Erwartungswert, Varianz und Quantilwerte der Originale können durch statistische Auswertung der Stichproben gewonnen werden. Sie sind jeweils Elemente $\underline{\sigma}$ der Fuzzy-Scharparameter $\tilde{\underline{\sigma}}$. Sind die Fuzzy-Scharparameter (z. B. Fuzzy-Erwartungswert und Fuzzy-Varianz oder eine Menge von Fuzzy-Quantilwerten) vollständig bestimmt, kann die Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion $\tilde{\underline{F}}(z) = \tilde{\underline{F}}(\tilde{\underline{\sigma}}, z)$ von $\tilde{\underline{Z}}(t)$ approximiert werden. Mit den $\tilde{\underline{F}}(z)$ kann die Fuzzy-Wahrscheinlichkeit für die Überschreitung zulässiger Systemantworten angegeben werden.

2.3 Deterministisches FE-Modell für textilverstärkte Stahlbetontragwerke

Das Tragverhalten von textilverstärkten Stahlbeton-Konstruktionen wird mit dem Multi-Referenzebenen-Modell (MRM) realitätsnah beschrieben. Im MRM wird das mehrschichtige Composite mit einer diskontinuierlichen BERNOULLI-Kinematik modelliert, siehe z. B. [6] und [13]. Die FE-Diskretisierung basiert auf dem hybriden Energiefunktional

$$\Pi_h = \sum_{e=1}^n \left\{ \int_{V^e} w_c(\underline{\sigma}_{el}^e) dV + \int_{V^e} (\underline{\sigma}_{el}^e)^T \cdot \underline{\epsilon}_0^e dV - \int_{O_p^{r,e}} (\underline{p}^{r,e} - \underline{p}^{r,e})^T \cdot \underline{v}^{r,e} dV - \int_{O_v^{r,e}} (\underline{p}^{r,e})^T \cdot \underline{v}^{r,e} dO \right\} \quad (2)$$

mit $w_c(\underline{\sigma}_{el}^e)$ – innere Erganzungsenergie; $\underline{\sigma}_{el}^e$ – Spannungen im Element e ; $\underline{\epsilon}_0^e$ – Anfangsverzerrungen im Element e ; $\underline{p}^{r,e}$ – innere Kräfte in der Grenzfläche $O_p^{r,e}$ des Elements e ; $\underline{p}^{r,e}$ – äußere Kräfte langsb der Grenzfläche $O_p^{r,e}$ des Elements e ; \underline{v}^r – Verschiebungen der Grenzfläche $O_p^{r,e}$ des Elements e und $\underline{v}^{r,e}$ – vorgeschriebene Verschiebungen der Grenzfläche $O_v^{r,e}$ des Elements e . Ein MRM-Element besteht aus $k+1$ geschichteten Subelementen und k Interface-Elementen, siehe Bild 2. Das Subelement i mit der zugeordneten Referenzebene R_i ($i = 0, \dots, k$) ist in s_i Subschichten (Beton- und Stahlsubschichten oder Feinbeton- und Textilschichten) unterteilt. Die Referenzebene R_i liegt mittig in der beliebig wählbaren Subschicht 0, der sogenannten Referenzschicht. Für alle Subelemente werden die selben Schnittkraftansatze, Randverschiebungsansatze und Elementverschiebungsansatze gewählt. Bei der physikalisch nichtlinearen Untersuchung von textilverstarkten Stahlbeton handelt es sich um ein nichtkonservatives Problem, hervorgerufen durch die Rissbildung, das nichtlineare Materialverhalten, den Verbund und die Schädigung. Zur Lösung des nichtkonservativen Problems wird zunächst eine differentiale Belastungsänderung betrachtet. Ausgehend von Gl. (2) können die Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden. Beim Übergang zu inkrementalen (endlichen) Laststufen muss eine Iteration durchgeführt werden. Für inkrementale Laststufen mit der tangentialen Steifigkeitsmatrix \underline{K}_T vom Inkrementanfang gilt

$$\underline{K}_T \cdot \Delta \underline{\tilde{q}} - \Delta \underline{\tilde{R}} - \Delta \underline{R}_K = 0 \quad (3)$$

mit dem Vektor der inkrementalen Verschiebungszuwachse $\Delta \underline{\tilde{q}}$, dem Belastungsvektor $\Delta \underline{\tilde{R}}$ und dem Vektor der Korrekturkräfte $\Delta \underline{R}_K$.

Für allgemeine Be-, Ent- und Wiederbelastungsvorgange unter Berücksichtigung der während der Belastungsgeschichte akkumulierten Materialschädigung werden differentiale endochrone Stoffgesetze verwendet. Für den Betonstahl wird die einaxiale endochrone Stoffgesetzbeschreibung nach [12] eingesetzt. Für Beton wurde das dreiaxiale endochrone Stoffgesetz nach [1] für den zweiaxialen Fall adaptiert [5]. Im endochronen Stoffgesetz werden das materiell überkritische Verhalten als Mikrorissbildung und die bleibenden Verzerrungen bei Entlastungs-Wiederbelastungs-Vorgängen als plastisches Fließen modelliert. Zur Berücksichtigung von zyklischen Lastprozessen werden Schichten aus textilbewehrtem Feinbeton in Subschichten aus Feinbeton bzw. aus textiler Bewehrung unterteilt. Das endochrone Stoffgesetz für Beton wird für den Feinbeton angepasst. Die parallel in einer Ebene liegenden

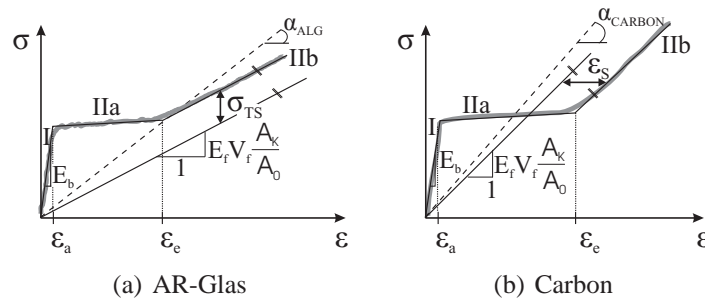


Bild 3: qualitative Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeit des textilbewehrten Feinbetons
Figure 3: qualitative stress-strain relationship of fiber reinforced fine-grained concrete

Rovings der textilen Bewehrung werden zu einer einaxial wirkenden Subschicht homogenisiert, für die ein nichtlinear elastisch, sprödes Materialgesetz verwendet wird. Das Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton (tension stiffening) und das Verbundverhalten zwischen Roving und Feinbeton wird makroskopisch phänomenologisch erfasst. Die Rovings werden im Querschnitt homogenisiert und bilden eine oder mehrere Subschichten der Verstärkungsschicht. Die unterschiedliche Tragwirkung der Rand- und Kernfasern wird mit Hilfe einer dehnungsabhängigen Schädigungsfunktion erfasst (s. Bild 4a)

$$f_A(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{für } \varepsilon \leq \varepsilon_a \\ 1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon_e - \varepsilon_a} \right) \cdot \frac{A_0 - A_K}{A_0} & \text{für } \varepsilon_a < \varepsilon \leq \varepsilon_e \\ \frac{A_K}{A_0} & \text{für } \varepsilon_e < \varepsilon \end{cases} \quad (4)$$

mit A_0 – Querschnittsfläche des Textils, A_K – Querschnittsfläche der Kernfasern, ε_a – Matrixdehnung zu Beginn der Rissbildung, ε_e – Matrixdehnung bei abgeschlossener Rissbildung und ε – bisher aufgetretene maximale Dehnung. Für die wirksame Textilquerschnittsfläche gilt

$$A(\varepsilon) = f_A(\varepsilon) \cdot A_0 \quad (5)$$

Die Größen A_K , ε_a und ε_e können anhand der Ergebnisse einaxialer Zugversuche an Textilbetonproben nach [4] bestimmt werden. Bild 3 zeigt qualitativ die Ergebnisse einaxialer Zugversuche mit AR-Glas und Carbon. Die Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeiten unterscheiden sich im Zustand IIb im Abstand zwischen der Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeit des Verbundquerschnitts und der des geschädigten Rovings. Im Fall der Bewehrung mit AR-Glas kann dieser Abstand mit der konstanten Spannung σ_{TS} (tension stiffening) beschrieben werden, siehe Bild 3a. Bei Verwendung von Carbon als Bewehrung wird eine Korrekturdehnung ε_S eingeführt, siehe Bild 3b. Im Zustand IIb gilt für die Spannung des Verbundquerschnitts

$$\sigma = \begin{cases} E_f \cdot V_f \cdot \varepsilon + \sigma_{TS} & \text{für AR-Glas} \\ E_f \cdot V_f \cdot (\varepsilon - \varepsilon_S) & \text{für Carbon} \end{cases} \quad (6)$$

Die Mitwirkung des Feinbetons zwischen den Rissen wird analog zum Beton durch einen abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeit des Feinbetons erfasst, s. Bild 4b. Wird

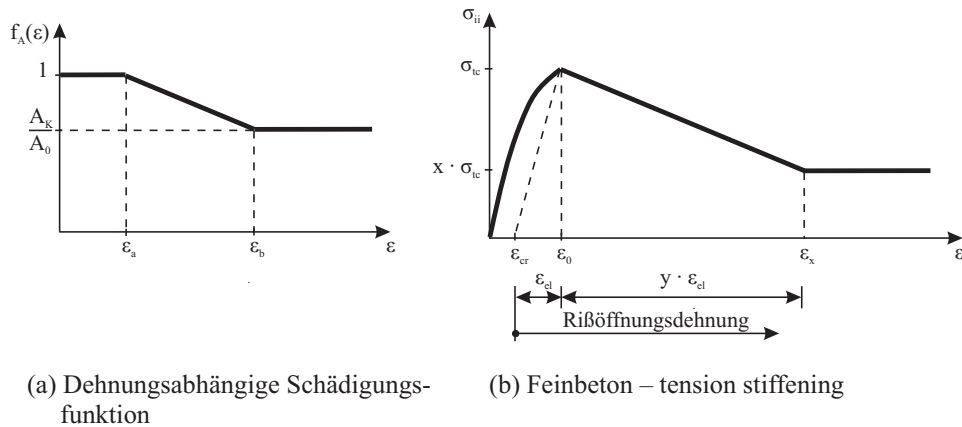


Bild 4: Verbundmodellierung textiltbewehrter Feinbeton

Figure 4: bond modeling of textile reinforced fine-grained concrete

die im einaxialen Zugversuch experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeit durch drei Geraden $g_i(\varepsilon) = m_i \cdot \varepsilon + n_i$ mit ($i = 1, 2, 3$) approximiert [4], folgen die Parameter der Schädigungsfunktion $f_A(\varepsilon)$ sowie die Parameter x und y zur Beschreibung des tension stiffening-Effekts und die zentrische Zugfestigkeit zu

$$\frac{A_k}{A_0} = \frac{m_3}{E_f V_f} \quad (7)$$

$$\varepsilon_a = \frac{n_2 - n_1}{m_1 - m_2} \quad (8)$$

$$\varepsilon_e = \frac{n_3 - n_2}{m_2 - m_3} \quad (9)$$

und

$$\sigma_{tc} = m_1 \varepsilon_a \frac{1}{1 + \left(\frac{E_f}{E_b} - 1 \right) V_f} \quad (10)$$

$$x = \frac{\sigma_{TS}}{\sigma_{tc}} = \frac{n_3 \cdot \frac{1}{1 - V_f}}{\sigma_{tc}} \quad (11)$$

$$y = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_a} \quad (12)$$

mit dem E-Modul des Textilroving E_f , dem E-Modul des Feinbetons E_b und dem Faservolumengehalt V_f . Bei der Verwendung von Carbon liefert Gl. (11) negative Werte für x . In diesem Fall wird x gleich Null gesetzt und die Korrekturdehnung

$$\varepsilon_S = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon \leq \varepsilon_a \\ \bar{\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon_e - \varepsilon_a} & \text{für } \varepsilon_a < \varepsilon \leq \varepsilon_e \\ \bar{\varepsilon} & \text{für } \varepsilon_e < \varepsilon \end{cases} \quad (13)$$

mit

$$\bar{\epsilon} = \frac{n_3}{\frac{A_K}{A_0} E_f V_f} \quad (14)$$

verwendet.

2.4 Metamodelle für die nichtlineare FE-Analyse

Der numerische Aufwand einer fuzzy-stochastischen Tragwerksanalyse textilverstärkter Stahlbeton-Tragwerke wird im Wesentlichen durch die deterministische, nichtlineare FE-Simulation bestimmt. Eine sehr effektive Möglichkeit zur Reduktion des numerischen Aufwands ist das Ersetzen der zeitaufwendigen deterministischen Grundlösung durch eine schnellere Approximationslösung, die auf den Ergebnissen einer angemessenen Anzahl von deterministischen Berechnungen basiert. Die fuzzy-stochastische Tragwerksanalyse wird dann mit einem Metamodell durchgeführt. Dieser Ansatz ermöglicht, eine hinreichend große Stichprobe für die Simulation zu verwenden. Das Ersatzmodell beschreibt einen funktionalen Zusammenhang

$$\underline{z} = f_{RS}(\underline{x}) \quad (15)$$

zwischen den Tragwerksparametern \underline{x} und den Tragwerksantworten \underline{z} als Antwortfläche.

Für eine Antwortflächenapproximation können unterschiedliche Metamodelle angewendet werden, siehe [8], [11]. Die Eignung eines Verfahrens hängt primär von den Eigenschaften des zu ersetzenden deterministischen Modells ab. Im Falle der FE-Simulation des Tragverhaltens textilverstärkter Stahlbeton-Tragwerke erfordern die Komplexität und die Nichtlinearitäten des deterministischen Berechnungsmodells ein hohes Maß an Allgemeingültigkeit und Flexibilität des Approximationsverfahrens. Neuronale Netze lassen sich z. B. vorteilhaft zur Approximation einsetzen, sie können auch bei hochdimensionalen, nichtlinearen Berechnungsmodellen angewendet werden. Das neuronale Netz extrahiert die Informationen aus einer Menge gegebener Ergebnisse des deterministischen Berechnungsmodells und reproduziert anschließend die Tragwerksantwort nur mit diesen extrahierten Informationen.

3 Beispiel

Das geschädigte Tonnendach aus Stahlbeton am zukünftigen Finanzamt in Zwickau wurde beidseitig mit carbonbewehrtem Feinbeton verstärkt [9]. Die Tonnenschale mit acht Oberlichtern ist 10 cm dick und mit elf 36 cm hohen Rippen ausgesteift, siehe Bilder 5 und 6. Für die physikalisch nichtlineare Simulation des Tragverhaltens wird ein FE-Modell mit 3230 finiten MRM-Elementen eingesetzt, die in sieben Subschichten in der Schale und in 13 Subschichten in den Rippen unterteilt sind. Bei der Simulation werden unscharfe Material- und Geometrieparameter berücksichtigt: Betondruckfestigkeit des Altbetons als Fuzzy-Zufallsgröße



Bild 5: textilverstärkte Tonnenschale
Figure 5: textile strengthened barrel vault

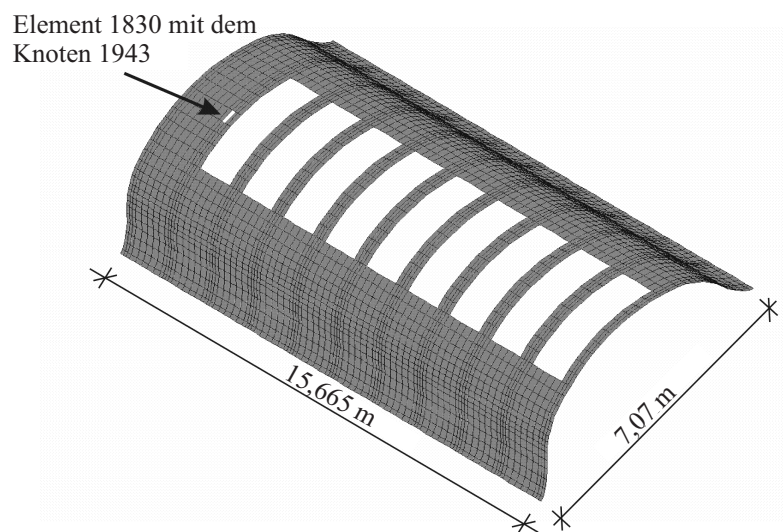
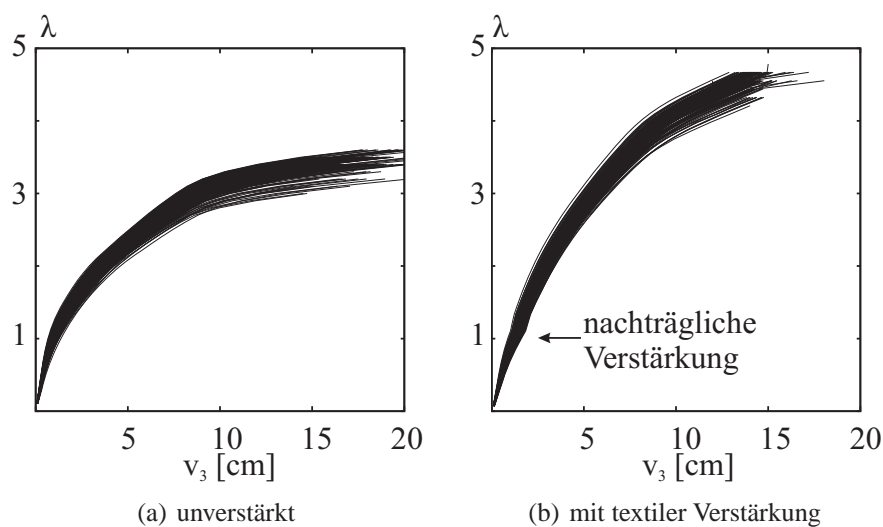


Bild 6: FE-Modell
Figure 6: FE model

Tabelle 1: Parameter carbonbewehrter Feinbeton**Table 1:** parameters of carbon reinforced fine-grained concrete

Parameter	Wert
$\frac{A_k}{A_0}$	0,95
ε_a	0,167 ‰
ε_e	3,655 ‰
x	0
y	21,87
ε_S	1,86 ‰

**Bild 7:** unscharfe Last-Verschiebungs-Abhängigkeiten**Figure 7:** uncertain load-displacement dependencies

(logarithmisch normalverteilt (LNV), $\mu = 24 \text{ N/mm}^2$, $\tilde{\sigma} = \langle 2, 0; 2, 2; 2, 4 \rangle \text{ N/mm}^2$); Querschnitt der Stahlbewehrung als Fuzzy-Zufallsgröße ($F(a) = \exp[b \cdot (a - a_0)]$, $b = \langle 9; 10; 12 \rangle$, $a_0 = 3,14 \text{ cm}^2/\text{m}$); E-Modul (LNV, $\mu = 28500 \text{ N/mm}^2$, Variationskoeffizient $v = 0,1$), Druckfestigkeit (LNV, $\mu = 76,3 \text{ N/mm}^2$, $v = 0,1$) und Zugfestigkeit des Feinbetons $f_t = (0,3 + c \cdot 0,1) \cdot f_c^{(2/3)}$ mit dem Parameter c (normalverteilt, $\mu = -0,86$, $\sigma = 0,08$). Zur Beschreibung des Verbunds zwischen Carbonbewehrung und Feinbeton wurden die Parameter der Schädigungsfunktion $f_A(\varepsilon)$, die Parameter x und y zur Beschreibung des tension stiffening-Effekts sowie die Korrekturdehnung ε_S aus den Ergebnissen einaxialer Zugversuche [4] abgeleitet (siehe Abschnitt 2.3). Die Parameter sind in Tabelle 1 angegeben.

Die unscharfen Tragwerksantworten wurden mit Hilfe der FSFEM berechnet. Als Lastprozess wurde eine – zur Eigenlast der unverstärkten Struktur affine – Flächenlast gesteigert (Lastfaktor λ). Die Verstärkung wurde bei einem Lastfaktor $\lambda = 1$ nachträglich aufgebracht. Bild 7 zeigt jeweils 200 Trajektorien der unscharfen Last-Verschiebungs-Abhängigkeiten des Kno-

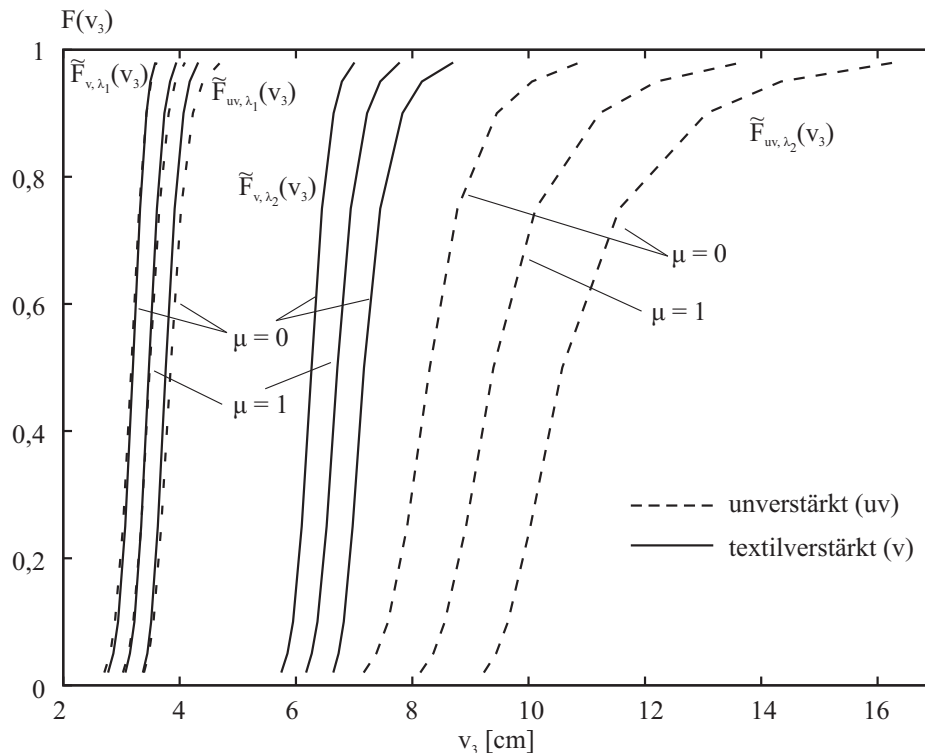


Bild 8: Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion für die Verschiebung v_3 (1943)

Figure 8: fuzzy probability distribution function of displacement v_3 (1943)

tens 1943. Die Traglast der Tonnenschale konnte mit der textilen Verstärkung um ca. 30 % gesteigert werden, bei gleichzeitiger verringerter Varianz der Verschiebungen.

Die in Bild 8 angegebenen Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen sind das Ergebnis von jeweils 10^7 nichtlinearen Simulationen. Als Metamodelle wurden neuronale Netze eingesetzt, die mit den jeweils 200 berechneten Last-Verschiebungs-Abhängigkeiten trainiert wurden. Betrachtet wurden zwei unscharfe Lastniveaus $\tilde{\lambda}_1 = \langle 1, 9; 2, 0; 2, 1 \rangle$ und $\tilde{\lambda}_2 = \langle 2, 9; 3, 0; 3, 1 \rangle$. In Bild 8 sind die Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen $\tilde{F}_{uv}(v_3(1943))$ des unverstärkten und $\tilde{F}_v(v_3(1943))$ des verstärkten Tonnendachs für beide Lastniveaus angegeben. Auf dem Lastniveau $\tilde{\lambda}_2$ ist der Einfluss der Verstärkung auf die betrachtete Ergebnisgröße deutlich sichtbar. Auf beiden Lastniveaus führt die textile Verstärkung zu einer Verringerung der aleatorischen und epistemischen Unschärfe der Ergebnisgröße.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung der Forschung im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 528 „Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung“.

4 Literatur

- [1] BAŽANT, Z. P. et al.: Microplane model M4 for concrete. I. Formulation with work-conjugate deviatoric stress, II. Algorithm and Calibration. *Journal of Engineering Mechanics* 126 (2000), S. 944–953 and 954–961
- [2] BRENNER, C.: *Ein Beitrag zur Zuverlässigkeitsanalyse von Strukturen unter Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mit Hilfe der Methode der Stochastischen Finiten Elemente*. Universität Innsbruck, 1995 – Dissertation
- [3] GRAF, W.; HOFFMANN, A.; MÖLLER, B.; SICKERT, J.-U.; STEINIGEN, F.: Analysis of textile reinforced concrete structures under consideration of non-traditional uncertainty models. *Engineering Structures* 29 (2007), S. 3420–3431
- [4] JESSE, F.: *Tragverhalten von Filamentgarnen in zementgebundener Matrix*. Technische Universität Dresden: Schriftenreihe Konstruktiver Ingenieurbau Dresden, Heft 5, 2004 – Dissertation
- [5] KLUGER, J.: *Numerische Modelle zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Stahlbeton-Faltwerken*, Technische Universität Dresden: Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, Heft 1, 1999 – Dissertation
- [6] MÖLLER, B.; GRAF, W.; HOFFMANN, A.; STEINIGEN, F.: Numerical simulation of RC structures with textile reinforcement. *Computers & Structures* 83 (2005), S. 1659–1688
- [7] MÖLLER, B.; BEER, M.: *Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Berlin: Springer, 2004
- [8] MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.: *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. New York: Wiley, 1995
- [9] SCHLADITZ, F.; STROBELT, J.: Verstärkung eines Tonnendaches – Ein Erfahrungsbericht. In: CURBACH, M.; JESSE, F. (Hrsg.): *Textilbeton – Theorie und Praxis*, TU Dresden, 2009, S. 586–587
- [10] SICKERT, J.-U.: *Fuzzy-Zufallsfunktionen und ihre Anwendung bei der Tragwerksanalyse und Sicherheitsbeurteilung*. Technische Universität Dresden: Veröffentlichungen des Instituts für Statik und Dynamik der Tragwerke, Heft 9, 2005 – Dissertation
- [11] SIMPSON, T.; POPLINSKI, J.; KOCH, P. N.; ALLEN, J.: Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations. *Engineering with Computers* 17 (2001), S. 129–150
- [12] STEBERL, R.: *Berechnung stoßartig beanspruchter Stahlbetonbauteile mit endochronen Werkstoffgesetzen*. Düsseldorf: Werner, 1986 – Dissertation
- [13] STEINIGEN, F.: *Numerische Simulation des Tragverhaltens textilverstärkter Bauwerke*. Technische Universität Dresden: Veröffentlichungen Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Heft 11, 2006 – Dissertation
- [14] VIERTL, R.: *Statistical Methods for Non-Precise Data*. Boca Raton, New York, London, Tokyo: CRC Press, 1996, S. 208